2017/10/2

電力工学　演習 1

学籍番号
氏名

1. 電界の強さ $\boldsymbol{E}$、電束密度 $\boldsymbol{D}$、誘電率 ε の関係を単位とともに示せ。
   単位は $\boldsymbol{E}$ [V/m]、$\boldsymbol{D}$ [C/m^2]、ε [F/m]であり、$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$

2. 1 より、誘電率 ε の単位[F/m]の F（ファラド）を別の形式で表せ。
   [F] = [C/V]

3. 磁界の強さ $\boldsymbol{H}$、磁束密度 $\boldsymbol{B}$、透磁率 μ の関係を単位とともに示せ。
   $\boldsymbol{H}$ [A/m]、$\boldsymbol{B}$ [Wb/m^2]（= [T]）、μ [H/m]であり、$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}$

4. 3 より、磁荷の単位 Wb（ウェーバ）を H（ヘンリー）を用いて表せ。
   [Wb] = [H・A]

5. 電流と電荷の関係を式で表せ。
   $I = \mathrm{d}Q / \mathrm{d}t$

6. 単位体積当たりの電界エネルギーの式を書け。
   単位体積に関しては $w = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{D}/2$ となる。

7. 単位体積当たりの磁界エネルギーの式を書け。
   単位体積に関しては $w = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B}/2$ となる。

8. 磁束鎖交数 ϕ、電流 I、自己インダクタンス L の関係式を得よ。
   $\phi = LI$

9. 磁束鎖交数 ϕ_{12}、電流 I_2、相互インダクタンス M_{12} の関係式を得よ。
   $\phi_{12} = M_{12} I_2$

10. 電磁誘導の法則の式を書け。
   $e = -\mathrm{d}\phi / \mathrm{d}t$

11. ローレンツ力の式を書け。
   $\boldsymbol{F} = Q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$

【裏面に続く】

12. 以下のマクスウェルの方程式を完成させよ。(微分形・積分形)

なお、各方程式で使う記号の名称と単位も示し、それぞれの方程式において各項の次元が等しいことを示せ。

マクスウェル＝ガウスの式（電荷密度と電場）

$\mathrm{div}\boldsymbol{D} = \rho$

$$\int_S D\cdot ndS = \int_V \rho dV$$

$[\mathrm{m}^{-1}][\mathrm{A\cdot s\cdot m^{-2}}]=[\mathrm{A\cdot s\cdot m^{-3}}]$

$[\mathrm{A\cdot s\cdot m^{-2}}][\mathrm{m^{2}}]= [\mathrm{A\cdot s\cdot m^{-3}}][\mathrm{m^{3}}]$

※ガウスの法則

微分系…電場の発散。ある点からどれだけの電場がわき出しているかを表す。

積分系…電束密度を閉曲面で積分した値は、閉曲面内の電荷の総量に等しい。

磁束保存の式

$\mathrm{div}\boldsymbol{B} = 0$

$$\int_S B\cdot ndS = 0$$

$[\mathrm{m}^{-1}][\mathrm{V\cdot s\cdot m^{-2}}]$

$[\mathrm{V\cdot s\cdot m^{-2}}][\mathrm{m^{2}}]$

※磁場に関するガウスの法則

微分系…磁場の発散。ある点からの磁場の湧き出しは 0（単一磁化が存在しないため)。

積分系…磁束密度を閉曲面で積分した値は 0。(出ていく磁束と入ってくる磁束の数が等しい。)

アンペール＝マクスウェルの式（電流・電場と磁場）

$\mathrm{rot}\boldsymbol{H} = j + \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$

$$\oint_C H\cdot ds = \int_{S_0} \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}dS + \frac{d}{dt}\int_{S_0}\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}dS$$

$[\mathrm{m}^{-1}][\mathrm{A\cdot m^{-1}}]= [\mathrm{A\cdot m^{-2}}] +[\mathrm{A\cdot s\cdot m^{-2}}][\mathrm{s^{-1}}]$

$[\mathrm{A\cdot m^{-1}}] [\mathrm{m}]= [\mathrm{A\cdot m^{-2}}][\mathrm{m^{2}}] +[\mathrm{s^{-1}}][\mathrm{A\cdot s\cdot m^{-2}}][\mathrm{m^{2}}]$

※アンペールの法則(電流の周りに磁界が生じる)

微分系…ある点における磁場の発生は、電流(密度)jが流れるか電場の時間変化(変位電流)によって起こる。

積分系…磁界を閉曲線に沿って一周線積分すると、閉曲線を貫く電流と電測の時間変化(変位電流)の和となる。

ファラデー＝マクスウェルの式（変化する磁場と電場）

$\mathrm{rot}\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$

$$\oint_C E\cdot ds = -\frac{d}{dt}\int_{S_0}\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}dS$$

$[\mathrm{m}^{-1}][\mathrm{V\cdot m^{-1}}]=[\mathrm{V\cdot s\cdot m^{-2}}][\mathrm{s^{-1}}]$

$[\mathrm{V\cdot m^{-1}}] [\mathrm{m}]=[\mathrm{s^{-1}}][\mathrm{V\cdot s\cdot m^{-2}}][\mathrm{m^{2}}]$

※ファラデーの法則(磁束が時間変化すると、変化を妨げる向きに誘導起電力が生じる)

微分系…ある点における電場の発生は、磁場の時間変化によって起こる。

積分系…電界に沿って一周線積分すると、閉曲面を貫く磁束変化と等しい。

13. 図 1 のような回路において，12 Ω の抵抗の消費電力が 27 W である。このとき抵抗 R[Ω]の値を求めよ。

12 Ω の抵抗に流れる電流 I_{12}[A]は
消費電力 $P = 12 \times I_{12}{}^2 = 27$ W　だから、

$$I_{12} = \sqrt{\frac{27}{12}} = 1.5 \text{ A}$$

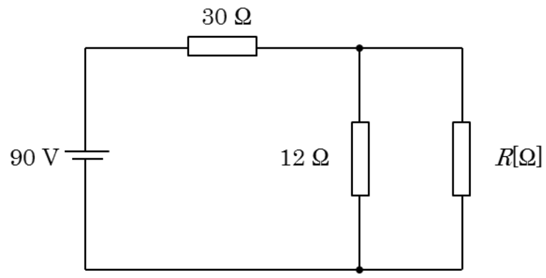

図 1

よって右図より、b-c の電圧 V_{bc}[V]は
$V_{bc} = 12 \times I_{12} = 12 \times 1.5 = 18$ V
ゆえに、a-b 間の電圧 V_{ab}[V]は
$V_{ab} = 90 - 18 = 72$ V
よって a-b 間に流れる電流 I_{30}[A]は

$$I_{30} = \frac{V_{\text{ab}}}{30} = \frac{72}{30} = 2.4 \text{ A}$$

よって R[Ω]の抵抗に流れる電流 I_R[A]は
$I_R = I_{30} - I_{12} = 2.4 - 1.5 = 0.9$ [A]

したがって　$R = \frac{V_{bc}}{I_R} = \frac{18}{0.9} = 20\ \Omega$

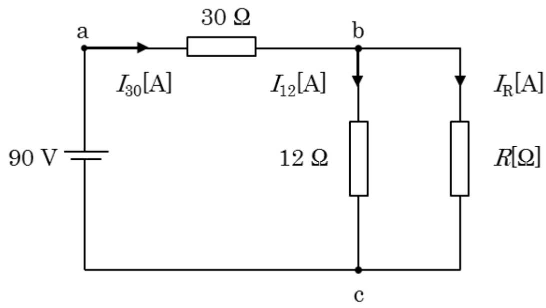

図 1’

14. 真空中において、図に示すように点 O を通る直線状の、点 O からそれぞれ r [m]離れた 2 点 A、B に Q [C]の正の点電荷が置かれている。この直線に垂直で、点 O から x[m]離れた点 P の電位 V [V]を表す式を示せ。ただし、真空の誘電率を ε_0 [F/m]とする。

解）右図において、点 A の＋Q[C]による点 P の電位 V_{PA} は次式となる。

$$V_{\text{PA}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} \text{ [V]}$$

また、点 B の+Q[C]による点 P の電位 V_{PB}[V]も同じく

$$V_{\text{PB}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} \text{ [V]}$$

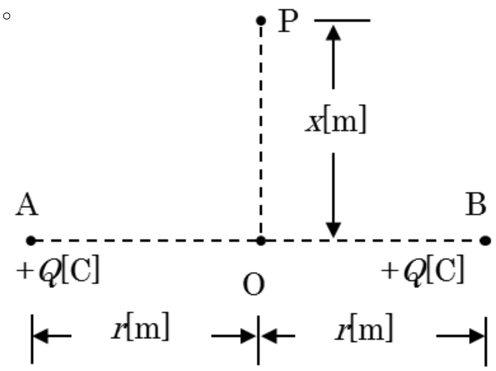

図 2

となる。電位は方向をもたない大きさだけの量で、スカラ量であるから、求める点 P の電位 V[V]は

$$V = V_{\text{PA}} + V_{\text{PB}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} \text{ [V]}$$