

電磁気学 II 演習問題 4

1. マクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \bar{E}(r,t) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(r,t) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \bar{B}(r,t) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \bar{B}(r,t) = \mu_0 \left\{ \bar{j}(r,t) + \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}(r,t)}{\partial t} \right\} \quad (3)$$

$$\nabla \times \bar{E}(r,t) = -\frac{\partial \bar{B}(r,t)}{\partial t} \quad (4)$$

はローレンツのゲージ条件を満たすスカラーポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャル \bar{A} を用いて

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5)$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \bar{A} = \mu_0 \bar{j} \quad (6)$$

のように簡単に示すことができる。実際に確かめよ。

2. ベクトルポテンシャル $\vec{A}(\mathbf{r})$ が $\nabla \cdot \vec{A}(\mathbf{r}) = 0$ を満たすとき、 $\vec{A}(\mathbf{r})$ に対して、

$$\nabla^2 \vec{A}(\mathbf{r}) = -\mu_0 \vec{j} \quad (7)$$

が成り立つことを証明せよ。また、電位 $\phi(\mathbf{r})$ に対するポアソン方程式を参考に、無限遠で $\vec{A}(\mathbf{r}) = 0$ という条件の下、(7)式の微分方程式の解をもとめよ。

3. 電界 \vec{E} および磁束密度 \vec{B} の磁界がそれぞれ y 、 z 軸の正の向きに一様にかかっている。電荷 q 、質量 m の粒子が xy 平面に描く軌跡を求めよ。ただし、 $t = 0$ のとき、粒子は原点で静止している。