電磁気学 II　演習問題 4

1.　マクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \vec{E}(r,t) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(r,t) \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(r,t) = 0 \tag{2}$$

$$\nabla \times \vec{B}(r,t) = \mu_0 \left\{ \vec{j}(r,t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(r,t)}{\partial t} \right\} \tag{3}$$

$$\nabla \times \vec{E}(r,t) = -\frac{\partial \vec{B}(r,t)}{\partial t} \tag{4}$$

はローレンツのゲージ条件を満たすスカラーポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャル $\vec{A}$ を用いて

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{5}$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{j} \tag{6}$$

のように簡単に示すことができる。実際に確かめよ。

訂正： $\nabla \times \vec{B}(r,t) = \mu_0 \left\{ \vec{i}\,(r,t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(r,t)}{\partial t} \right\} \rightarrow \nabla \times \vec{B}(r,t) = \mu_0 \left\{ \vec{j}\,(r,t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(r,t)}{\partial t} \right\}$

2. ベクトルポテンシャル $\vec{A}(r)$が $\nabla \cdot \vec{A}(r) = 0$ を満たすとき、 $\vec{A}(r)$ に対して、

$$\nabla^2 \vec{A}(r) = -\mu_0 \vec{j} \qquad (7)$$

が成り立つことを証明せよ。また、電位 $\phi(r)$ に対するポアソン方程式を参考に、無限遠で $\vec{A}(r) = 0$ という条件の下、(7)式の微分方程式の解をもとめよ。

3. 電界 $\vec{E}$ および磁束密度 $\vec{B}$ の磁界がそれぞれ x、y 軸の正の向きに一様にかかっている。電荷 q 、質量 m の粒子が xy 平面に描く軌跡を求めよ。ただし、$t = 0$ のとき、粒子は原点で静止している。

訂正：それぞれ y、 z 軸の正の向き→それぞれ x、y 軸の正の向き