

2018年4月26日

電磁気学Ⅱ 演習問題3

学籍番号：

氏名：

1. 半径 1.0×10^{-10} [m] の微小円形回路に強さ 3.0×10^{-3} [A] の電流が流れているとき、これに等価な磁気双極子モーメントの大きさはいくらか。ただし、透磁率は $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m] とする。[3点]

$$\begin{aligned} m &= \mu_0 IS \\ &= 4\pi \times 10^{-7} [\text{H/m}] \times 3.0 \times 10^{-3} [\text{A}] \times \pi \times (1.0 \times 10^{-10}) [\text{m}^2] \\ &= 1.2 \times 10^{-28} [\text{Wb} \cdot \text{m}] \end{aligned}$$

2. 荷電粒子が磁界中を運動するとき磁界から受ける力（ローレンツ力）が

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

で表されることを、ビオ・サバールの法則を用いて証明せよ。[4点]

電流素片 $I\Delta\mathbf{l}$ が磁荷 q_m の位置に作る磁場 $\Delta\mathbf{H}_i$ は、ビオ・サバールの法則から、

$$\Delta\mathbf{H}_i = \frac{1}{4\pi} \left(I\Delta\mathbf{l} \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) \quad (1)$$

となる。したがって磁荷 q_m に及ぼす力 \mathbf{F}_i は、

$$\mathbf{F}_i = q_m \Delta\mathbf{H}_i = \frac{q_m}{4\pi} \left(I\Delta\mathbf{l} \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) \quad (2)$$

である。一方、磁荷により電流素片の位置に作られる磁界 \mathbf{H} は

$$\mathbf{H} = -\frac{q_m \mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad (3)$$

である。

作用・反作用の法則から、両者の磁界による力の大きさは等しく、逆向きである。よって、式(2)より電流素片の受ける力 \mathbf{F} は

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= -\mathbf{F}_i \\ &= I\Delta\mathbf{l} \times \left(-\frac{q_m \mathbf{r}}{4\pi r^3} \right) \\ &= I\Delta\mathbf{l} \times \mu\mathbf{H} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

電流は単位時間に通過した電荷の量として、

$$I = \sigma v = qnv \quad (5)$$

で表される。ここで、 σ 、 n はそれぞれ線電荷密度、単位長さあたりの電荷数である。したがって、電荷 q が速度 v で動いていれば、

$$I\Delta\mathbf{l} = \sigma v \Delta\mathbf{l} = \sigma \Delta\mathbf{l} v = qv \quad (6)$$

となり、式(4),(6)より電荷に加わる力は

$$\mathbf{F} = qv \times \mu\mathbf{H} = qv \times \mathbf{B} \quad (7)$$

で表される。